

## RAMOWY ROZKŁAD MATERIAŁU

### – zakres rozszerzony –

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację.

W liceum, na nauczanie matematyki w zakresie rozszerzonym, proponujemy przeznaczyć:

- w klasie pierwszej – 4 godziny tygodniowo;
- w klasie drugiej – 5 godzin tygodniowo;
- w klasie trzeciej – 5 godzin tygodniowo;
- w klasie czwartej – 6 godzin tygodniowo.

Rok szkolny liczy około 35 tygodni. Zatem w klasie pierwszej nauczyciel ma do dyspozycji 140 godzin, w klasie drugiej i trzeciej – 175 godzin. Zdający maturę zakończą zajęcia w kwietniu. Dla nich rok szkolny trwa 27 tygodni, co daje 162 godziny lekcji matematyki.

### Rozkład treści nauczania

Planujemy 4 części podręcznika dla zakresu rozszerzonego (wraz z zakresem podstawowym).

#### Klasa I

Zakres ROZSZERZONY (35 tyg. x 4 h = 140 h)		
I.p.	Dział	I. godz.
1	Zbiory liczbowe. Liczby rzeczywiste	16
2	Wyrażenia algebraiczne	25
3	Funkcje i ich własności	18
4	Funkcja liniowa	9
5	Układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi	14
6	Podstawowe własności wybranych funkcji	9
7	Geometria płaska – pojęcia wstępne. Trójkąty	25
8	Trygonometria kąta ostrego	9
9	Godziny do dyspozycji nauczyciela	15

#### Klasa II

Zakres ROZSZERZONY (35 tyg. x 5 h = 175 h)		
I.p.	Dział	I. godz.
1	Przekształcenia wykresów funkcji	16
2	Równania i nierówności z wartością bezwzględną i z parametrem	18
3	Funkcja kwadratowa	31
4	Geometria płaska – okręgi i koła	13
5	Trygonometria	19
6	Geometria płaska. Pole koła, pole trójkąta	13
7	Geometria analityczna	13

8	Wielomiany	34
9	Dwumian Newtona. Trójkąt Pascala	4
10	Godziny do dyspozycji nauczyciela	14

### **Klasa III**

Zakres ROZSZERZONY (35 tyg. x 5 h = 175 h)		
I.p.	Dział	I. godz.
1	Ułamki algebraiczne. Równania i nierówności wymierne	19
2	Ciągi liczbowe	23
3	Geometria płaska – czworokąty	16
4	Geometria płaska – pole czworokąta	11
5	Elementy analizy matematycznej	28
6	Trygonometria	21
7	Geometria analityczna	26
8	Kombinatoryka	14
9	Godziny do dyspozycji nauczyciela	17

### **Klasa IV**

Zakres ROZSZERZONY (27 tyg. x 6 h = 162 h)		
I.p.	Dział	I. godz.
1	Funkcja wykładnicza. Funkcja logarytmiczna	20
2	Rachunek prawdopodobieństwa. Elementy statystyki opisowej	33
3	Geometria przestrzenna – wielościany	26
4	Geometria przestrzenna – bryły obrotowe	15
5	Powtórzenie wiadomości	68

Godziny do dyspozycji nauczyciela mogą być przeznaczone na uzupełnienie wiadomości uczniów, omówienie dodatkowych zagadnień, a także (w klasie czwartej) na powtórzenie wiadomości i rozwiązywanie próbnych arkuszy maturalnych.

Godziny do dyspozycji nauczyciela powinny być przeznaczone na przeprowadzenie prac klasowych wraz z ich omówieniem, uzupełnienie wiadomości uczniów, a także (w trzeciej czwartej) na powtórzenie wiadomości i rozwiązywanie próbnych arkuszy maturalnych.

## SZCZEGÓŁOWY ROZKŁAD TREŚCI NAUCZANIA

### Klasa I – zakres rozszerzony

#### **1. Zbiory liczbowe. Liczby rzeczywiste**

Zbiory liczbowe. Oś liczbowa. Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych. Przedziały. Zbiór liczb naturalnych i zbiór liczb całkowitych. Równania z jedną niewiadomą. Rozwiązywanie równań metodą równań równoważnych. Nierówności z jedną niewiadomą. Rozwiązywanie nierówności metoda nierówności równoważnych. Procenty. Punkty procentowe. Przybliżenia, błąd bezwzględny i błąd względny, szacowanie.

#### **2. Wyrażenia algebraiczne**

Potęga o wykładniku naturalnym. Pierwiastek arytmetyczny. Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej. Działania na wyrażeniach algebraicznych. Wzory skróconego mnożenia stopnia 2. Potęga o wykładniku całkowitym ujemnym. Potęga o wykładniku wymiernym. Potęga o wykładniku rzeczywistym. Logarytm. Zastosowanie logarytmu. Zdanie. Zaprzeczenie zdania. Zdanie złożone. Zaprzeczenia zdań złożonych. Definicja. Twierdzenie. Dowód twierdzenia. Przekształcanie wzorów. Średnie.

#### **3. Funkcje i ich własności**

Pojęcie funkcji. Funkcja liczbowa. Sposoby opisywania funkcji. Wykres funkcji. Dziedzina funkcji liczbowej. Zbiór wartości funkcji liczbowej. Najmniejsza i największa wartość funkcji. Miejsce zerowe funkcji. Funkcje równe. Monotoniczność funkcji. Funkcje różnowartościowe. Funkcje parzyste i funkcje nieparzyste. Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu. Szkicowanie wykresu funkcji o zadanych własnościach. Zastosowanie wiadomości o funkcjach do opisywania, interpretowania i przetwarzania informacji wyrażonych w postaci funkcji

#### **4. Funkcja liniowa**

Proporcjonalność prosta. Funkcja liniowa. Wykres i miejsce zerowe funkcji liniowej. Znaczenie współczynnika kierunkowego we wzorze funkcji liniowej. Zastosowanie własności funkcji liniowej w zadaniach praktycznych.

#### **5. Układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi**

Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. Graficzne rozwiązywanie układów równań. Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania. Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą przeciwnych współczynników. Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań.

#### **6. Podstawowe własności wybranych funkcji**

Funkcja kwadratowa. Proporcjonalność odwrotna. Funkcja wykładnicza. Funkcja logarytmiczna. Wykresy wybranych funkcji.

### 7. Geometria płaska – pojęcia wstępne. Trójkąty

Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt, figura wypukła, figura ograniczona. Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta. Dwie proste przecięte trzecią prostą. Suma kątów w trójkącie. Wielokąt. Wielokąt foremny. Suma kątów w wielokącie. Twierdzenie Talesa. Podział trójkątów. Nierówność trójkąta. Odcinek łączący środki boków w trójkącie. Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa. Wysokości w trójkącie. Środkowe w trójkącie. Przystawianie trójkątów. Podobieństwo trójkątów.

### 8. Trygonometria kąta ostrego

Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym. Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa kątów  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  i  $60^\circ$ . Zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego

## Klasa II – zakres rozszerzony

### 1. Przekształcenia wykresów funkcji

Wektor w układzie współrzędnych. Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY. Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX. Przesunięcie równoległe o wektor  $[p, q]$ . Symetria osiowa względem osi OX. Symetria osiowa względem osi OY. Symetria środkowa względem punktu  $(0, 0)$ . Wykres funkcji  $y = f(|x|)$  oraz  $y = |f(x)|$ . Wykresy funkcji  $y = kf(x)$  oraz  $y = f(kx)$ . Zastosowanie wykresów funkcji do rozwiązywania zadań.

### 2. Równania i nierówności z wartością bezwzględną i z parametrem

Wartość bezwzględna. Własności wartości bezwzględnej. Równania z wartością bezwzględną. Nierówności z wartością bezwzględną. Równania liniowe z parametrem. Nierówności liniowe z parametrem. Układ równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi z parametrem. Równania i nierówności z wartością bezwzględną i z parametrem.

### 3. Funkcja kwadratowa

Przypomnienie wiadomości o funkcji kwadratowej z klasy I. Przesunięcie równoległe wykresu funkcji kwadratowej  $y = ax^2$ . Związek między wzorem funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, a wzorem funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej. Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej. Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowych. Odczytywanie własności funkcji kwadratowej na podstawie wykresu. Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie podanych własności. Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym. Badanie funkcji kwadratowej - zadania optymalizacyjne. Równania kwadratowe. Równania prowadzące do równań kwadratowych (w tym równania dwukwadratowe). Nierówności kwadratowe. Zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych. Wzory Viete'a. Równania i nierówności kwadratowe z parametrem. Wykres funkcji kwadratowej z wartością bezwzględną. Równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną.

#### 4. Geometria płaska – okręgi i koła

Okręgi i koła. Kąty i koła. Okrąg opisany na trójkącie. Okrąg wpisany w trójkąt. Twierdzenie o stycznej i siecznej.

#### 5. Trygonometria

Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości dotyczących trygonometrii kąta ostrego. Sinus, cosinus, tangens i cotangens dowolnego kąta (do  $360^\circ$ ). Wzory redukcyjne. Podstawowe tożsamości trygonometryczne. Twierdzenie sinusów. Twierdzenie cosinusów. Rozwiązywanie trójkątów.

#### 6. Geometria płaska. Pole koła, pole trójkąta

Pole figury geometrycznej. Pole trójkąta. Pola trójkątów podobnych. Pole koła, pole wycinka koła. Zastosowanie pojęcia pola w dowodzeniu twierdzeń.

#### 7. Geometria analityczna

Odcinek w układzie współrzędnych (długość, środek). Prosta w układzie współrzędnych. Równanie kierunkowe prostej i równanie ogólne prostej. Prostopadłość i równoległość prostych w układzie współrzędnych. Odległość punktu od prostej. Odległość między prostymi równoległymi. Układ równań z dwiema niewiadomymi, z których jedno jest pierwszego stopnia, a drugie typu  $y = ax^2 + bx + c$ . Zastosowanie poznanych układów równań w rozwiązywaniu zadań.

#### 8. Wielomiany

Wielomian jednej zmiennej. Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów. Wzory skróconego mnożenia stopnia 3. Zastosowanie wzorów skróconego mnożenia w działaniach na wielomianach. Równość wielomianów. Podzielność wielomianów. Dzielenie wielomianu. Dzielenie wielomianu z resztą. Dzielenie wielomianu przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera. Wzór  $a^n - b^n$ . Pierwiastek wielomianu. Twierdzenie Bezouta. Pierwiastek wielokrotny. Pierwiastek wielomianu o współczynnikach całkowitych. Rozkładanie wielomianów na czynniki. Równania wielomianowe (w tym równania dwukwadratowe). Zadania prowadzące do równań wielomianowych. Równania wielomianowe z parametrem. Funkcje wielomianowe. Nierówności wielomianowe.

#### 9. Dwumian Newtona. Trójkąt Pascala

Silnia. Symbol Newtona. Wzór dwumianowy Newtona. Trójkąt Pascala.

### Klasa III – zakres rozszerzony

#### 1. Ułamki algebraiczne. Równania i nierówności wymierne

Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych. Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych. Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych. Równania wymierne. Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych. Nierówności wymierne. Zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych. Funkcje wymierne. Funkcja homograficzna.

#### 2. Ciągi liczbowe

Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów (w tym ciągi określone rekurencyjnie). Monotoniczność ciągu. Ciąg arytmetyczny. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego. Ciąg geometryczny.

Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego. Lokaty pieniężne i kredyty bankowe. Ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny – zadania różne. Granica ciągu liczbowego. Własności ciągów zbieżnych. Ciągi rozbieżne do nieskończoności. Szereg geometryczny.

### 3. Geometria płaska – czworokąty

Podział czworokątów. Trapezoidy. Trapezy. Równoległoboki. Okrąg opisany na czworokącie. Okrąg wpisany w czworokąt. Okrąg opisany na czworokącie, okrąg wpisany w czworokąt – zadania na dowodzenie. Wielokąty. Wielokąt foremny. Podobieństwo. Figury podobne. Podobieństwo czworokątów.

### 4. Geometria płaska – pole czworokąta

Pole prostokąta. Pole kwadratu. Pole równoległoboku. Pole rombu. Pole trapezu. Pole czworokąta – zadania różne (pole wielokąta). Pola figur podobnych. Mapa. Skala mapy.

### 5. Elementy analizy matematycznej

Powtórzenie i uzupełnienie wiadomości o granicach ciągów. Granica funkcji w punkcie. Obliczanie granic funkcji w punkcie. Granice jednostronne funkcji w punkcie. Granice funkcji w nieskończoności. Granica niewłaściwa funkcji. Ciągłość funkcji w punkcie. Ciągłość funkcji w zbiorze. Asymptoty wykresu funkcji. Pochodna funkcji w punkcie. Funkcja pochodna. Funkcja złożona. Pochodna funkcji złożonej. Styczna do wykresu funkcji. Pochodna funkcji a monotoniczność funkcji. Ekstrema lokalne funkcji. Największa i najmniejsza wartość funkcji w przedziale. Zastosowanie pochodnej w rozwiązywaniu zadań.

### 6. Trygonometria

Powtórzenie wiadomości z trygonometrii z klasy I i II. Kąt skierowany. Miara łukowa kąta. Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej. Okresowość funkcji trygonometrycznych. Wykresy funkcji  $y = \sin x$  oraz  $y = \cos x$ . Wykresy funkcji  $y = \operatorname{tg} x$  oraz  $y = \operatorname{ctg} x$ . Przekształcenia wykresów funkcji trygonometrycznych. Proste równania trygonometryczne. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy. Sumy

i różnice funkcji trygonometrycznych. Równania trygonometryczne. Nierówności trygonometryczne.

### 7. Geometria analityczna

Równanie kierunkowe prostej, równanie ogólne prostej – powtórzenie. Równanie okręgu. Wzajemne położenie prostej i okręgu. Styczna do okręgu. Wzajemne położenie dwóch okręgów. Wyznaczanie punktów wspólnych dwóch okręgów. Rozwiązywanie zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych. Wyznaczanie obrazów okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych i w symetrii środkowej względem punktu  $O(0, 0)$ . Wektor w układzie współrzędnych – powtórzenie wiadomości. Kąt między niezerowymi wektorami. Kąt między prostymi. Pole trójkąta. Pole wielokąta. Wzajemne położenie dwóch okręgów. Rozwiązywanie zadań z geometrii analitycznej. Jednokładność. Jednokładność w układzie współrzędnych. Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej.

### 8. Kombinatoryka

Reguła mnożenia i reguła dodawania. Wariacje. Permutacje. Kombinacje. Kombinatoryka – zadania różne.

## Klasa IV – zakres rozszerzony

### **1. Funkcja wykładnicza. Funkcja logarytmiczna**

Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie. Funkcja wykładnicza i jej własności. Równania wykładnicze. Nierówności wykładnicze. Zastosowanie funkcji wykładniczej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym. Logarytm – powtórzenie wiadomości. Funkcja logarytmiczna i jej własności. Równania logarytmiczne. Nierówności logarytmiczne. Zastosowanie logarytmów i wykresu funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym.

### **2. Rachunek prawdopodobieństwa. Elementy statystyki opisowej**

Zadania z kombinatoryki – powtórzenie wiadomości. Doświadczenie losowe. Zdarzenia. Działania na zdarzeniach. Obliczanie prawdopodobieństwa. Doświadczenie losowe wieloetapowe. Prawdopodobieństwo warunkowe. Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym. Wzór Bayesa. Niezależność zdarzeń. Schemat Bernoulliego. Zmienna losowa i jej rozkład. Wartość oczekiwana zmiennej losowej. Podstawowe pojęcia statystyki. Sposoby prezentowania danych w wyniku obserwacji statystycznej. Średnia z próby. Mediana z próby i moda z próby. Wariancja i odchylenie standardowe.

### **3. Geometria przestrzenna – wielościany**

Płaszczyzny i proste w przestrzeni. Rzut równoległy na płaszczyznę. Rysowanie figur płaskich w rzucie równoległym na płaszczyznę. Prostopadłość prostych i płaszczyzn w przestrzeni. Rzut prostokątny na płaszczyznę. Kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny. Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych. Graniastosłupy. Ostrosłupy. Siatka wielościanu. Pole powierzchni wielościanu. Objętość figury przestrzennej. Objętość wielościanów. Przekroje wybranych wielościanów – konstrukcje i zadania. Wielościany podobne. Objętość wielościanów podobnych.

### **4. Geometria przestrzenna – bryły obrotowe**

Walec. Pole powierzchni walca. Objętość walca. Stożek. Pole powierzchni stożka. Objętość stożka. Kula i sfera. Bryły obrotowe podobne. Objętość brył obrotowych podobnych. Bryły obrotowe – zadania różne.

### **5. Powtórzenie wiadomości**

---

Rozkład materiału pochodzi z „**Matematyka. Solidnie od podstaw. Program nauczania w liceach i w technikach. Zakres rozszerzony**”  
autorstwa M. Kurczaba, E. Kurczab, E. Świdry i T. Szweda,  
Warszawa, 2019 r.